



U N E T

Problemas Propuestos

ANÁLISIS DE SEÑALES.

1. Suponga que damos los siguientes hechos acerca de un sistema *LTI* S con respuesta al impulso $h[n]$ y respuesta en frecuencia $H(\Omega)$.

a.) $\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n] \rightarrow g[n]$, donde $g[n] = 0$ para $n \geq 2$ y $n < 0$

b.) $H\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

c.) $H(\Omega) = H(\Omega - \pi)$

Determine $h[n]$.

2. La señal $x[n] = (-1)^n$ tiene un período fundamental de 2 y los coeficientes correspondientes de la Serie de Fourier a_k . Use la dualidad para determinar los coeficientes de la Serie de Fourier b_k de la señal $g[n] = a_n$ con período fundamental de 2.

3. Dado el hecho de que $a^{|n|} \xleftrightarrow{\mathfrak{F}} \frac{1-a^2}{1-2a \cos(\Omega) + a^2}$, $|a| < 1$ use la dualidad para determinar los coeficientes de la Serie de Fourier de la siguiente señal continua con período $T=1$:

$$x(t) = \frac{1}{5-4 \cos(2\pi t)}$$

4. Considere un sistema *LTI* S causal y estable cuya entrada $x[n]$ y salida $y[n]$ estén relacionadas mediante una ecuación de diferencias de segundo orden

$$y[n] - \frac{1}{6} y[n-1] - \frac{1}{6} y[n-2] = x[n]$$

- a.) Determine la respuesta en frecuencia $H(\Omega)$ del sistema S .
- b.) Determine la respuesta al impulso $h[n]$ del sistema S .

5. Calcule la transformada de Fourier de las siguientes señales:

a.) $x[n] = u[n-2] - u[n-6]$

g.) $x[n] = \sin(\frac{\pi}{2}n) + \cos(n)$

b.) $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{-n} u[-n-1]$

h.) $x[n] = \sin(\frac{5\pi}{3}n) + \cos(\frac{7\pi}{3}n)$

c.) $x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^{|n|} u[-n-2]$

i.) $y[n] = x[n-6]$, y $x[n] = u[n] - u[n-5]$ para $0 \leq n \leq 5$

d.) $x[n] = (2)^n \sin(\frac{\pi}{4}n) u[-n]$

j.) $x[n] = (n-1)\left(\frac{1}{3}\right)^{|n|}$

e.) $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|} \cos(\frac{\pi}{8}(n-1))$

k.) $x[n] = \frac{\sin(\frac{\pi}{5}n)}{\pi n} \cos(\frac{7\pi}{2}n)$

f.) $x[n] = \begin{cases} n & -3 \leq n \leq 3 \\ 0 & \text{otro valor} \end{cases}$

6. A continuación se muestran las Transformadas de Fourier de las señales discretas. Determine la señal correspondiente a cada Transformada.

a.) $X(\Omega) = \begin{cases} 1 & \frac{\pi}{4} \leq |\Omega| < \frac{3\pi}{4} \\ 0 & \frac{3\pi}{4} \leq |\Omega| < \pi, 0 \leq |\Omega| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$

f.) $X(\Omega) = \frac{e^{-j\Omega} - \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{5}e^{-j\Omega}}$

b.) $X(\Omega) = 1 + 3e^{-j\Omega} + 2e^{-j2\Omega} - 4e^{-j3\Omega} + e^{-j10\Omega}$

g.) $X(\Omega) = \frac{1 - \frac{1}{3}e^{-j\Omega}}{1 - \frac{1}{4}e^{-j\Omega} - \frac{3}{8}e^{-j2\Omega}}$

c.) $X(\omega) = e^{-j\frac{\Omega}{2}}$ para $-\pi \leq \Omega \leq \pi$

h.) $X(\Omega) = \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^6 e^{-j6\Omega}}{1 - \frac{1}{3}e^{-j\Omega}}$

d.) $X(\omega) = \cos^2(\Omega) + \sin^2(3\Omega)$

e.) $X(\Omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \delta(\Omega - \frac{\pi}{2}k)$

7. Sea que $X(\Omega)$ denota la Transformada de Fourier de la señal $x[n]$ representada en la figura. Realice los siguientes cálculos sin evaluar explícitamente $X(\Omega)$.

a.) Evalúe $X(0)$.

e.) Determine y dibuje la señal cuya Transformada de Fourier es $\Re\{X(\Omega)\}$.

b.) Encuentre $\angle |X(\Omega)|$

f.) Evalúe

c.) Evalúe $\int_{-\pi}^{\pi} X(\Omega) d\Omega$

i. $\int_{-\pi}^{\pi} |X(\Omega)|^2 d\Omega$

d.) Encuentre $X(\pi)$.

ii. $\int_{-\pi}^{\pi} \left| \frac{dX(\Omega)}{d\Omega} \right|^2 d\Omega$

8.

