REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD NACIONAL EXPERIMENTAL DEL TÁCHIRA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
NÚCLEO DE FÍSICA. LABORATORIO DE FÍSICA II

PRÁCTICA N° 7

CARGA Y DESCARGA DE UN CONDENSADOR

PRÁCTICA N° 7

CARGA Y DESCARGA DE UN CONDENSADOR

7. A OBJETIVOS

7. A.1 Analizar los procesos de carga y descarga de un condensador a través de una resistencia.

7. A.2 Determinar la capacidad eléctrica de un condensador por el método de la constante de tiempo.

7. B MÉTODO

Un condensador electrolítico y una resistencia se colocan en serie a un conmutador de doble-tiro y a una fuente de alimentación DC. Con el conmutador en la posición de carga, se determinan por medio de un cronómetro los tiempos para los voltajes en el condensador, los cuales corresponden aproximadamente a ¼, ½, 1, 2, 3, 4 y 5 veces la constante de tiempo τ del circuito. Una vez que el condensador logre su carga máxima, se coloca el conmutador en la posición de descarga y se procede con las mediciones de los tiempos para los voltajes dados sobre el condensador.

En el mismo orden de ideas, se determina la capacidad de un condensador desconocido, midiendo el tiempo que tarda en adquirir 6.3 V entre sus placas.

7. C FUNDAMENTO TEÓRICO

Para nuestro estudio utilizaremos el circuito de la figura 7.1, el cual consta de un condensador de capacidad C, que puede cargarse y descargarse a través de una resistencia R, una fuente de alimentación DC con resistencia interna despreciable y un conmutador.

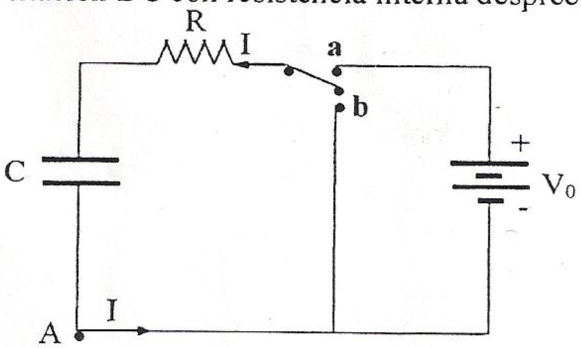

Figura 7.1
Circuito RC para estudiar la carga y descarga de un condensador.

Inicialmente la carga sobre las placas del condensador es cero y el conmutador está abierto. Cuando el conmutador es colocado en la posición a (posición de carga) el condensador se carga por medio de una corriente transitoria I a través de R, hasta que la diferencia de potencial V_C entre las placas sea igual a V_0. Una vez que el condensador a adquirido su carga, se pasa el conmutador a la posición b (posición de descarga) descargándose a través de la resistencia R. Cabe destacar que, durante ambos procesos las cargas no saltan a través de las placas del condensador, sino por el contrario se transfieren de una placa a otra a través de los elementos que conforman el circuito.

PROCESO DE CARGA. Cuando el conmutador es colocado en la posición a, el condensador se cargará por una corriente transitoria I a través de R. La corriente I varía con el tiempo, pero en cualquier instante podemos escribir una ecuación similar a la segunda regla de Kirchhoff para una malla. En sentido horario a través de la malla, partiendo del punto A, el potencial aumenta inicialmente a $V_C = Q/C$, donde Q es la carga instantánea en el condensador. Luego aumenta a $V_R = RI = R\ dQ/dt$ en cuanto atravesamos la resistencia "cuesta arriba". Finalmente el potencial cae a la constante V_0. Cuando retornamos al punto A, debemos encontrar el mismo potencial como cuando empezamos, así pues:

$$\frac{Q}{C} + R\frac{dQ}{dt} - V_0 = 0 \qquad (1)$$

Para resolver esta ecuación diferencial, multiplicamos por C y reordenamos los términos para separar las variables Q y t,

$$\frac{dQ}{CV_0 - Q} = \frac{dt}{RC}$$

Tomando la integral indefinida:

$$-\operatorname{Ln}(CV_0 - Q) = \frac{t}{RC} + \text{Const} \qquad (2)$$

En el instante en que el conmutador es colocado en la posición a (t = 0), la carga Q sobre el condensador es cero. Colocando t = 0 y Q = 0 en (2) determinamos la constante de integración, es decir, const = - Ln CV_0. Así, la ecuación (2) queda como:

$$-\operatorname{Ln}(CV_0 - Q) = \frac{t}{RC} - \operatorname{Ln} CV_0 \qquad \text{ó} \qquad \operatorname{Ln}\left[\frac{CV_0 - Q}{CV_0}\right] = -\frac{t}{RC}.$$

Tomando antilog en ambos lados da:

$$\frac{CV_0 - Q}{CV_0} = e^{-t/RC}$$. Resolviendo para Q tenemos:

$$Q = CV_0\left(1 - e^{-t/RC}\right) \qquad (3)$$

Esta ecuación muestra como Q varía con el tiempo, partiendo de Q = 0 en t = 0 hasta el valor final $Q = CV_0$ en $t = \infty$. La ecuación (3) es graficada como una curva sólida en la figura 7.2. Nótese que la carga se eleva a (1 – 1/e) veces su valor final en el tiempo t = RC. Este tiempo RC, se llama ***constante de tiempo τ del circuito***.

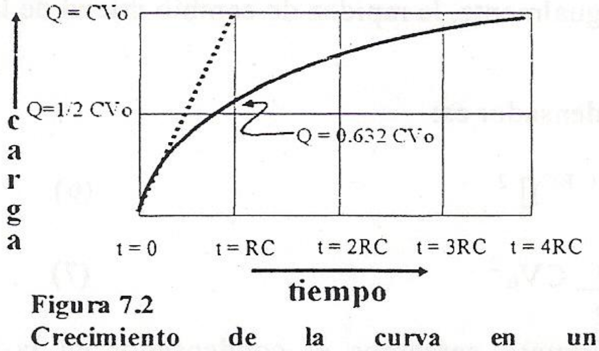

Figura 7.2
Crecimiento de la curva en un condensador cuando es conectado a una fuente V_0 a través de una resistencia.

El voltaje instantáneo en el condensador es:

$$V_C = \frac{Q}{C} = V_0\,(1 - e^{-t\ RC}) \qquad (4)$$

De igual forma vemos que, cuando $t = RC$, el condensador se ha cargado $(1 - 1/e)$ veces su valor máximo ó un 63 %.

La corriente de carga I puede obtenerse como una función del tiempo diferenciando la ecuación (3):

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{V_0}{R}\, e^{-t/RC} \qquad (5)$$

Como se muestra en la figura 7.3, esta corriente se inicia con un valor V_0/R debido a que en $t = 0$ el condensador está descargado y todo el voltaje de la fuente de alimentación aparece a través de la resistencia.

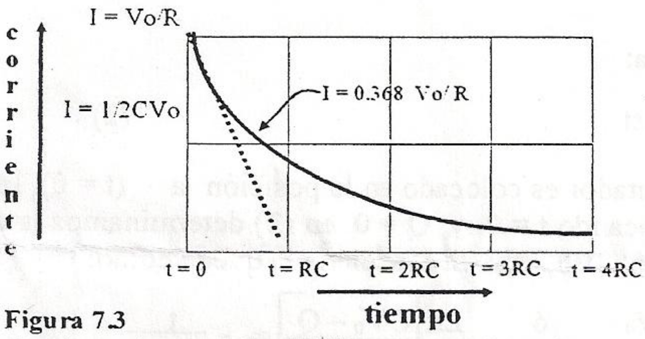

Figura 7.3
Corriente de carga $I = dQ/dt$ en un condensador.

En la medida en que el condensador se carga, menor es el voltaje a través de la resistencia R y así la corriente cae a $1/e$ veces su valor inicial en $t = RC$ y a cero cuando t —— ∞.

La corriente inicial V_0/R en la figura 7.3 es la pendiente inicial de la curva en la figura 7.2. Como es indicado por la línea discontinua en la figura 7.2, una línea recta de esta pendiente pasaría por el punto $Q = CV_0$ en $t = RC$, pues la línea que pasa a través de este punto tiene pendiente $CV_0/Rc = V_0/R$, igual a la pendiente inicial de la curva sólida. Así pues, si la corriente continúa entrando al condensador a su rapidez o razón inicial, el condensador sería completamente cargado en un tiempo igual a la constante de tiempo. La línea discontinua en la figura 7.3 es igualmente, la rapidez de cambio inicial de la corriente y tiene propiedades similares.

La energía acumulada por el condensador es:

$$U = \frac{1}{2} C V_C^2 = \frac{1}{2} C\,[V_0\,(1 - e^{-t\ RC})]^2 \qquad (6)$$

siendo su valor máximo: $$U_0 = \frac{1}{2} C V_0^{\,2} \qquad (7)$$

PROCESO DE DESCARGA. Primero cargamos el condensador en la figura 7.1 manteniendo el conmutador en la posición **a** hasta que la carga completa CV_0 sea alcanzada. Colocamos luego el conmutador en la posición **b**, permitiendo que el condensador se descargue a través de la resistencia R. En esta situación, no existe fuente de alimentación en el circuito y así la ecuación (1) asume la forma:

$$Q + R\frac{dQ}{dt} = 0 \qquad (8)$$

Esta ecuación diferencial puede ser resuelta para Q de una forma similar a la empleada para la ecuación (1). El resultado es:

$$Q = CV_0\ e^{-t/RC} \qquad (9)$$

La carga a lo largo de una curva es de la misma forma como en la figura 7.3, con la misma constante de tiempo en el proceso de carga. La corriente de descarga

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\frac{V_0}{R}\ e^{-t/RC} \qquad (10)$$

es exactamente la misma que la corriente de carga dada por la ecuación (5) y la figura 7.3, excepto que es invertida como lo indica el signo menos. El voltaje instantáneo en C es:

$$V_C = \frac{Q}{C} = V_0\, e^{-t/RC} \qquad (11)$$

y su energía:

$$U = \frac{1}{2}\ CV_C^2 = \frac{1}{2}\ C\,[V_0\, e^{-t/RC}]^2 \qquad (12)$$

La constante de tiempo RC proporciona un estimado del orden de magnitud del tiempo requerido para cargar o descargar el condensador a través de una resistencia. En el proceso de carga, cuando transcurren dos constantes de tiempo (t = 2RC) el condensador se carga el 86% del voltaje aplicado. En tres constantes de tiempo (t = 3RC) se carga el 95%. En cuatro constantes de tiempo (t = 4RC) se carga el 98% y en cinco constantes de tiempo (t = 5RC) se carga el 99%. ***Teóricamente un condensador se cargará completamente cuando transcurre un tiempo infinitamente grande, pero en forma práctica se ve que en cinco constantes de tiempo el condensador queda cargado.***

7. D EQUIPO Y MATERIAL NECESARIO

El equipo consiste de: una resistencia de 22 KΩ; un condensador electrolítico de 1500 µF; un conmutador de doble tiro; una fuente de alimentación DC; un multímetro digital; un cronómetro; un condensador de capacidad desconocida y cables para las conexiones.

7. E PROCEDIMIENTO

7. E.1 EXPERIMENTAL. Monte el circuito de la figura 7.4, alimentándolo con 10 V, teniendo cuidado con la polaridad del condensador C.

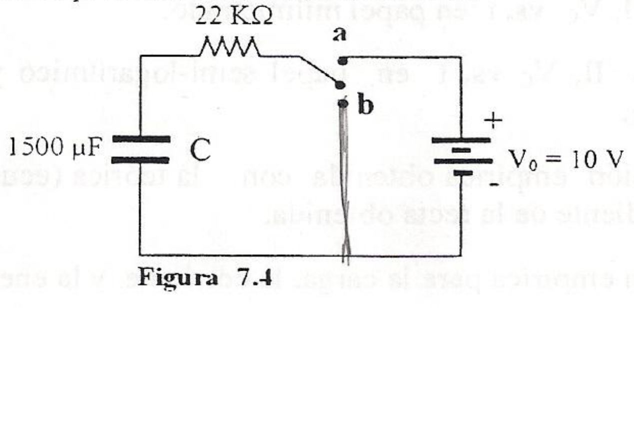

Figura 7.4

Coloque el conmutador en la posición **b** para descargar el condensador, si desea acelerar este proceso, cortocircuite el condensador.

7. E.1.1 PROCESO DE CARGA. Con cronómetro en mano, coloque el conmutador en la posición **a** y simultáneamente pulse el "start" del cronómetro. Mida los tiempos para los voltajes sobre el condensador indicados en la tabla I. Note que estos voltajes corresponden a **¼ τ, ½ τ, τ, 2τ, 3τ, 4τ y 5τ** respectivamente.

TABLA I

V_C (V)	2.2	3.9	6.3	8.6	9.5	9.8	9.9
t (s)							

7. E.1.2 PROCESO DE DESCARGA. Con el condensador cargado y con el cronómetro en cero, coloque el conmutador en la posición **b**, iniciando el conteo del tiempo simultáneamente. Mida los tiempos para los voltajes sobre el condensador indicados en la tabla II.

TABLA II

V_C (V)	7.8	6.1	3.7	1.4	0.5	0.2	0.1
t (s)							

Note que estos voltajes corresponden a **¼ τ, ½ τ, τ, 2τ, 3τ, 4τ y 5τ** respectivamente.

7. E.1.3 DETERMINACION DE LA CAPACIDAD DEL CONDENSADOR ASIGNADO. Monte el circuito de la figura 7.5, utilizando el condensador de capacidad desconocida y teniendo en cuenta la polaridad del condensador.

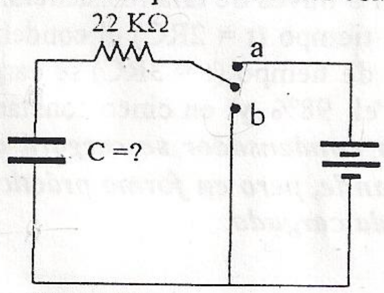

Figura 7.5

Estando el condensador C descargado, coloque el conmutador en la posición **a** y simultáneamente pulse el "start" del cronómetro. Mida el tiempo que tarda el condensador en adquirir 6.3 V entre sus placas. Repita este proceso 5 veces y determine la constante de tiempo promedio $< \tau >$.

7. E.2 INTERPRETACION DE LOS RESULTADOS

7. E.2.1 PARTE A

7. E.2.1.1 Grafique la tabla II, V_C **vs.** t en papel milimetrado.

7. E.2.1.2 Grafique la tabla II, V_C **vs.** t en papel semi-logarítmico y determine empíricamente la ecuación para V_C.

7. E.2.1.3 Compare la ecuación empírica obtenida con la teórica (ecuación 11) y determine lo que representa la pendiente de la recta obtenida.

7. E.2.1.4 Obtenga la ecuación empírica para la carga, la corriente y la energía.

7. E.2.1.5 Grafique q vs. t, i vs. t y U vs. t, utilizando los datos de la tabla II.

7. E.2.2 PARTE B. Una vez obtenidas las ecuaciones empíricas en la descarga determine las de la carga, sabiendo que la corriente en carga y en descarga son iguales en módulo pero de signo contrario. Para ello proceda como sigue:

7. E.2.2.1 Determine la ecuación empírica del voltaje sobre la resistencia aplicando $V_R = IR$, donde I es la ecuación empírica hallada en la parte 7.E.2.1.4.

7. E.2.2.2 Determine la ecuación empírica del voltaje sobre el condensador utilizando $V_C = V_0 - V_R$.

7. E.2.2.3 Determine la ecuación empírica de la carga utilizando $q = V_C C$, donde V_C es la ecuación empírica hallada en la parte 7.E.2.2.2.

7. E.2.2.4 Determine la ecuación empírica de la energía utilizando $U = \frac{1}{2} C V_C^2$.

7. E.2.2.5 Grafique V_C vs. t, q vs. t, i vs. t y U vs. t, utilizando los datos de la tabla I.

7. E.2.2.6 De la grafica V_C vs. t determine τ y compárelo con el valor teórico $\tau = RC$. Determine el porcentaje de error del τ experimental con el teórico.

7. E.2.3 PARTE C. Con el $< \tau >$ obtenido en 7.E.1.3 determine el valor de C desconocido, aplicando $\tau = RC$ y determine además el error relativo porcentual de C aplicando:

$$E_r(C) = \frac{\Delta C}{<C>} \times 100 = \frac{1}{<C>} \sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial \tau}\Delta\tau\right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial R}\Delta R\right)^2} \times 100$$

Recuerde que $\Delta\tau$ y ΔR son los errores absolutos de cada medida directa por separado, es decir, los errores cuadráticos medios, por ejemplo:

$$\Delta\tau = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} di^2}{n\,(n-1)}}$$

donde di^2 son las desviaciones cuadráticas de cada medida, es decir:

$$di^2 = (\tau_i - <\tau>)^2$$

Finalmente exprese el resultado como:

$$C = <C> \pm Er(C)\,\%$$

7. F CUESTIONÁRIO

7. F.1 Un foco de destello en un circuito RC se descarga con una constante de tiempo de 10^{-3} s. Si el condensador tiene una capacidad de 10 μF, ¿cuál es la resistencia en el circuito RC?

7. **F.2** El mecanismo de un foco de un flash trabaja mediante un circuito RC, y tiene un condensador cargado, con una constante de tiempo de 2.0 s. Si la resistencia en el circuito RC es 10^5 Ω, ¿cuál es la capacidad del dispositivo de carga?

7. **F.3** Considere un circuito RC en el cual un condensador está siendo cargado por una batería conectada en el circuito. En cinco constantes de tiempo, ¿qué porcentaje de la carga final está en el condensador?

7. **F.4** Considere un circuito serie RC (fig. 7.1) para el cual R = 2 MΩ, C = 5 μF, y V_0 = 30 V. Determine: **(a)** la constante de tiempo del circuito, **(b)** la carga máxima en el condensador después de que el interruptor se pasa a la posición a, **(c)** la corriente en la resistencia 10 s. después de cerrar el interruptor.

7. **F.5** Un condensador de 750 pF tiene una carga inicial de 6 μC. Si se conecta entonces a una resistencia de 150 MΩ y se deja descargar a través de la resistencia, **(a)** ¿cuál es la constante de tiempo para el circuito?, **(b)** exprese la corriente y la carga en el condensador como función del tiempo.

7. **F.6** Demuestre que el producto RC tiene unidades de segundos.

7. **F.7** En el circuito de la figura 7.6: **(a)** ¿cuál es el voltaje a través del resistor y la carga del condensador, ½ τ s., después de colocar el interruptor en la posición a?, **(b)** si el condensador se carga previamente (SW en a), determine la ecuación de la corriente instantánea durante el proceso de descarga (SW en b).

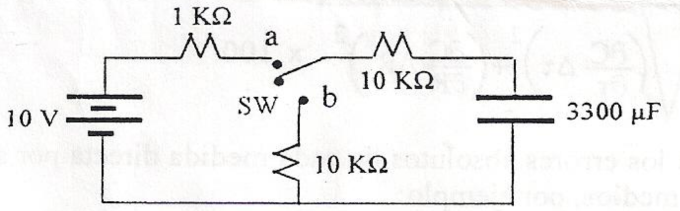

Figura 7.6

7. **F.8** Una batería de 6 V y resistencia interna despreciable se utiliza para cargar un condensador de 2 μF a través de una resistencia de 100 Ω. Hallar la corriente inicial, la carga final y el tiempo necesario para obtener un 90% de la carga final.

7. **F.9** Se conecta una resistencia de 1 MΩ en serie con un condensador de 1 μF y una batería de 6 V de resistencia interna despreciable. El condensador está inicialmente descargado. Después de un tiempo t = RC, hallar **(a)** la carga en el condensador, **(b)** el ritmo o velocidad con el que está aumentando la carga, **(c)** la corriente, **(d)** la potencia suministrada por la batería, **(e)** la potencia disipada en la resistencia y **(f)** la velocidad a la que está aumentando la energía almacenada en el condensador.