Graficación

En algunas oportunidades tenemos que graficar una función que es casi igual a las que ya sabemos graficar, llamadas básicas, sólo que estas presentan elementos adicionales en su estructura o ecuación, a continuación presentaremos a partir de una tabla, procedimientos o técnicas para graficarlas.

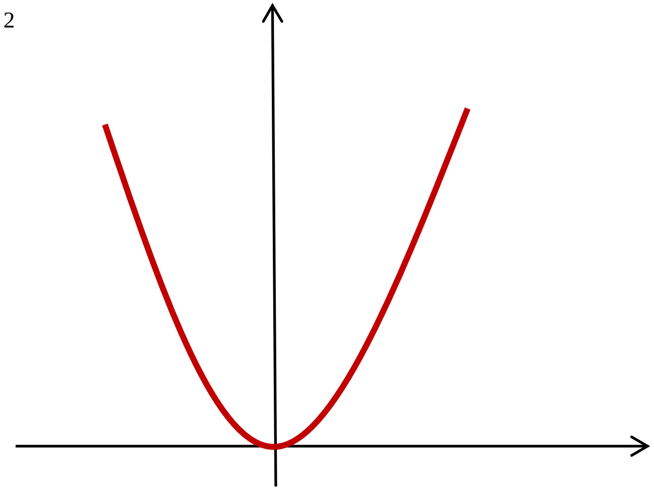
Traslaciones

Traslaciones verticales

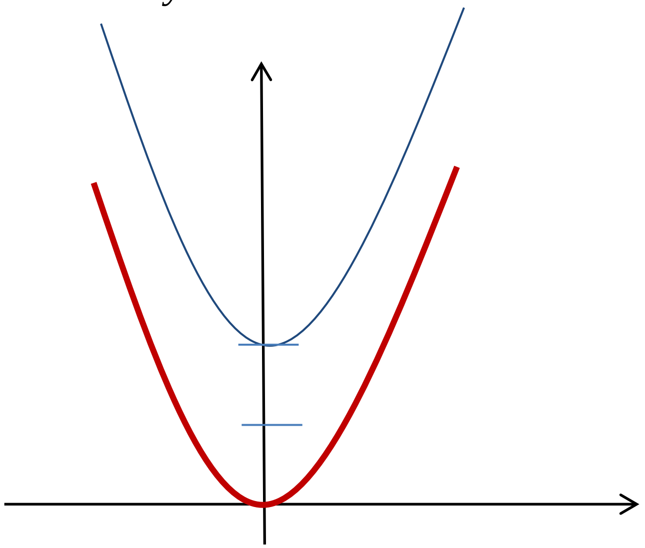
Si un numero real c se suma al miembro derecho de una función $y = f(x)$, la grafica de la nueva función $y = f(x) + c$ es la grafica de f **trasladada verticalmente** hacia arriba (si $c > 0$) o hacia abajo (si $c > 0$).

Traslación vertical hacia abajo $y = f(x) + c$

$y = x^2$

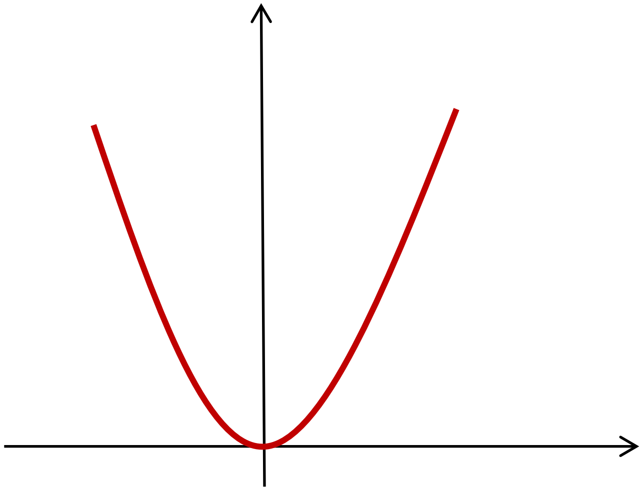


$y = x^2 + 2$

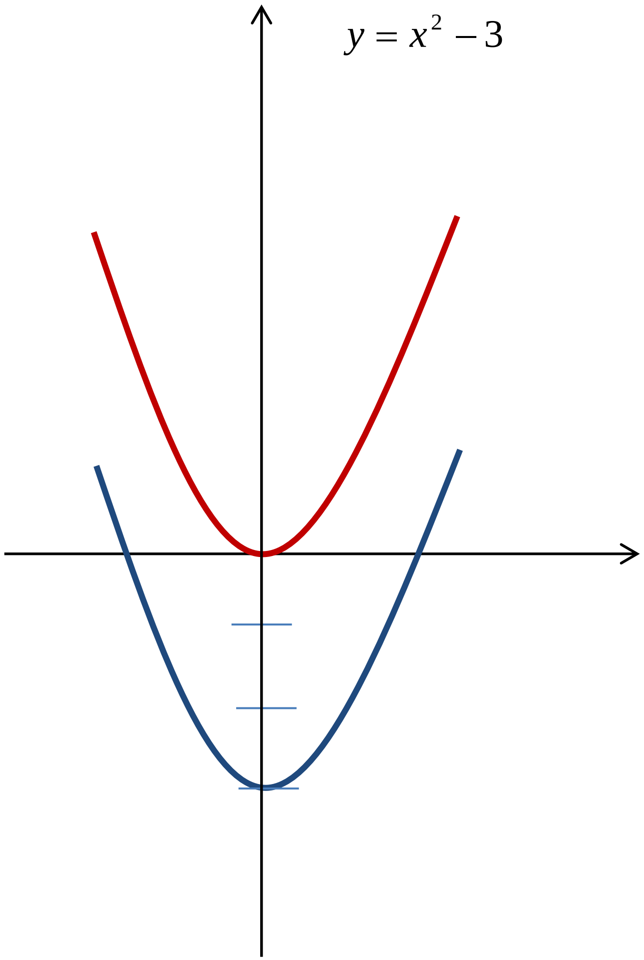


Traslaciones verticales hacia abajo $y = f(x) - c$

$y = x^2$



$y = x^2 - 3$

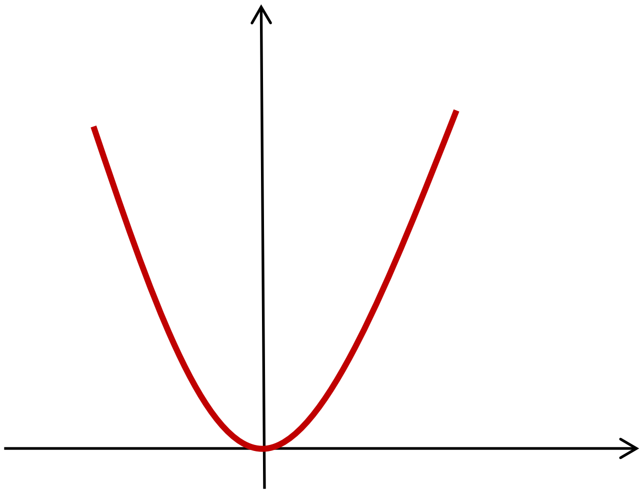


Traslaciones Horizontales

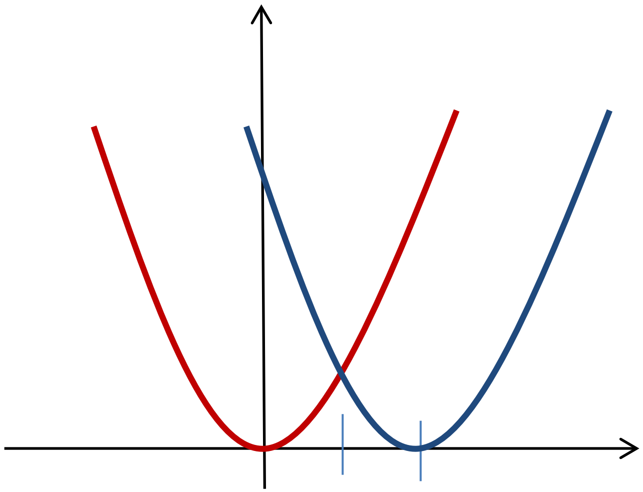
Si un numero real c se suma al argumento x de una función f, la grafica de la nueva función $g(x) = f(x+c)$
Es la grafica de f **trasladada horizontalmente** hacia la izquierda (si $c > 0$) o hacia la derecha (si $c < 0$).

Traslación horizontal hacia la derecha

$y = x^2$



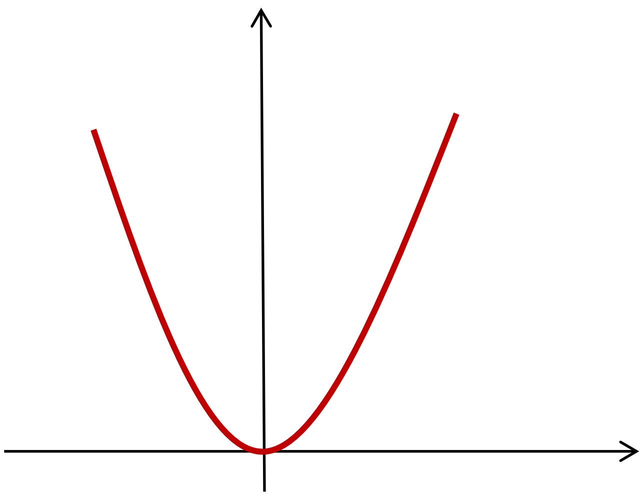
$y = (x-2)^2$



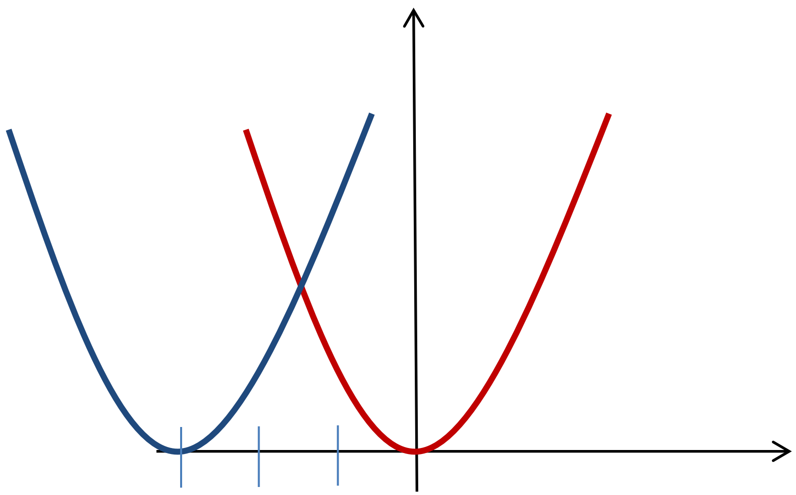
traslaciones horizontales

Traslación horizontal hacia la izquierda

$y = x^2$

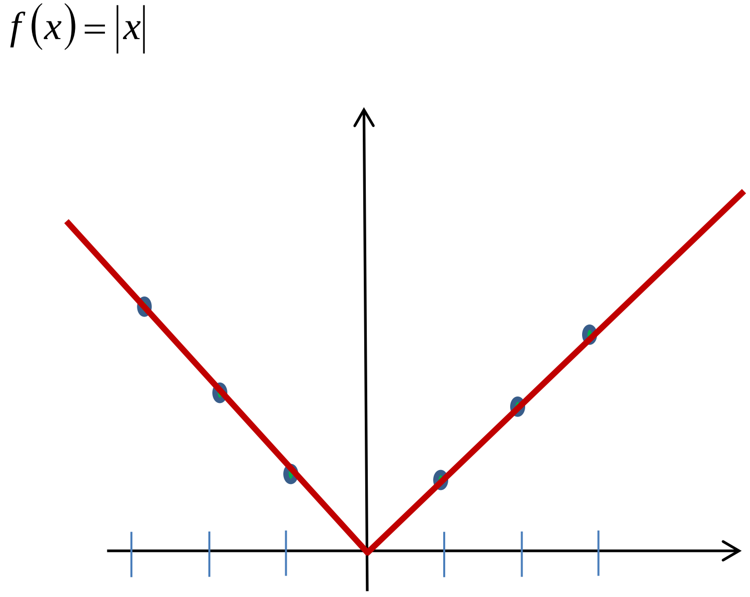


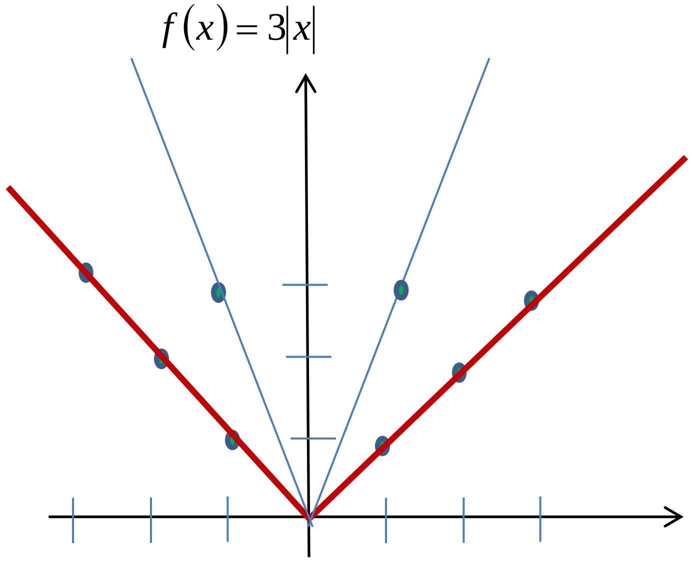
$y = (x+3)^2$



Compresiones y alargamientos

Cuando el miembro derecho de una función $y = f(x)$ se multiplica por un numero positivo k, la grafica de la nueva función $y = kf(x)$ es una versión comprimida verticalmente ($0 < k < 1$) o alargada ($k > 1$) de la grafica $y = f(x)$

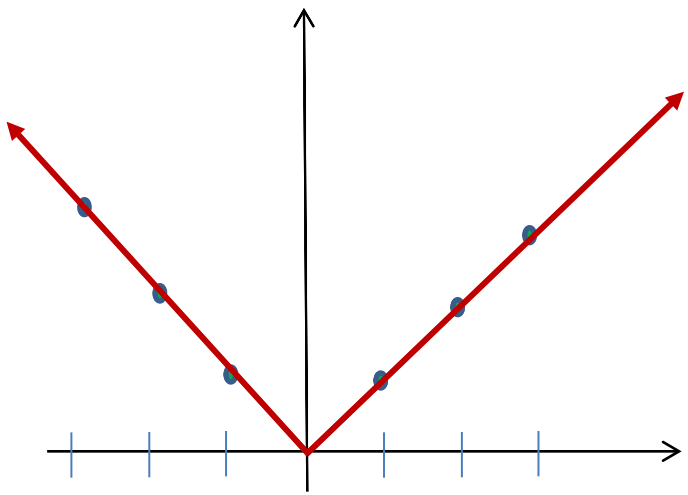




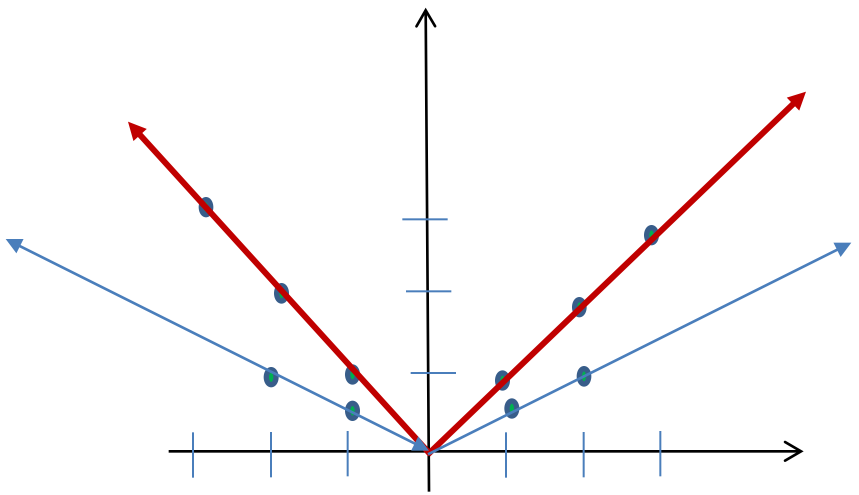
Compresiones y alargamientos

Cuando el miembro derecho de una función $y = f(x)$ se multiplica por un numero positivo k, la grafica de la nueva función $y = kf(x)$ es una versión comprimida verticalmente ($0 < k < 1$) o alargada ($k > 1$) de la grafica $y = f(x)$

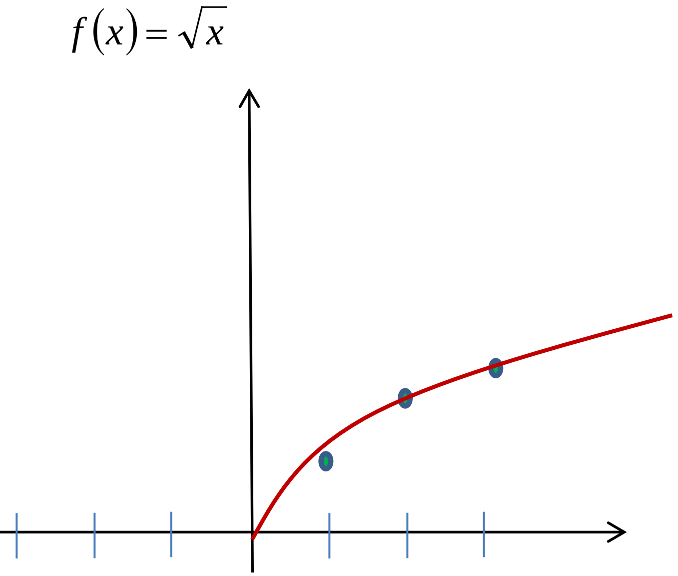
$f(x) = |x|$

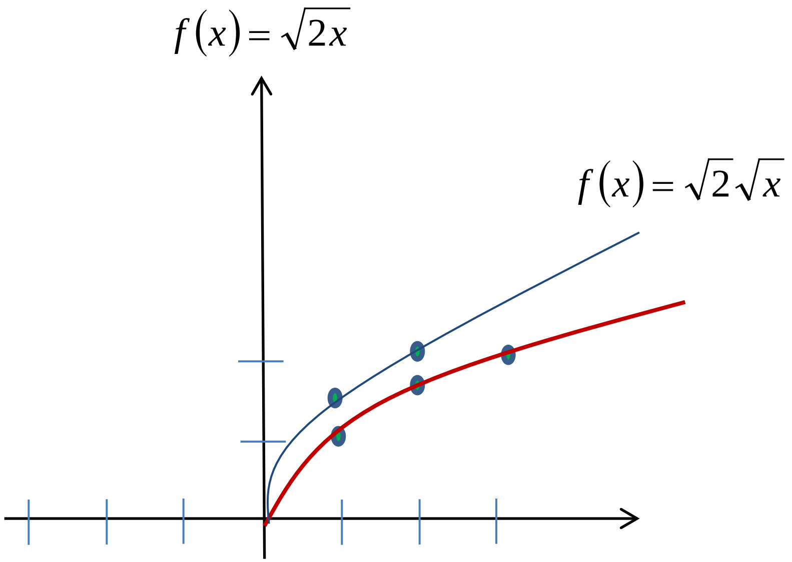


$f(x) = \frac{1}{2}|x|$



Compresión horizontal



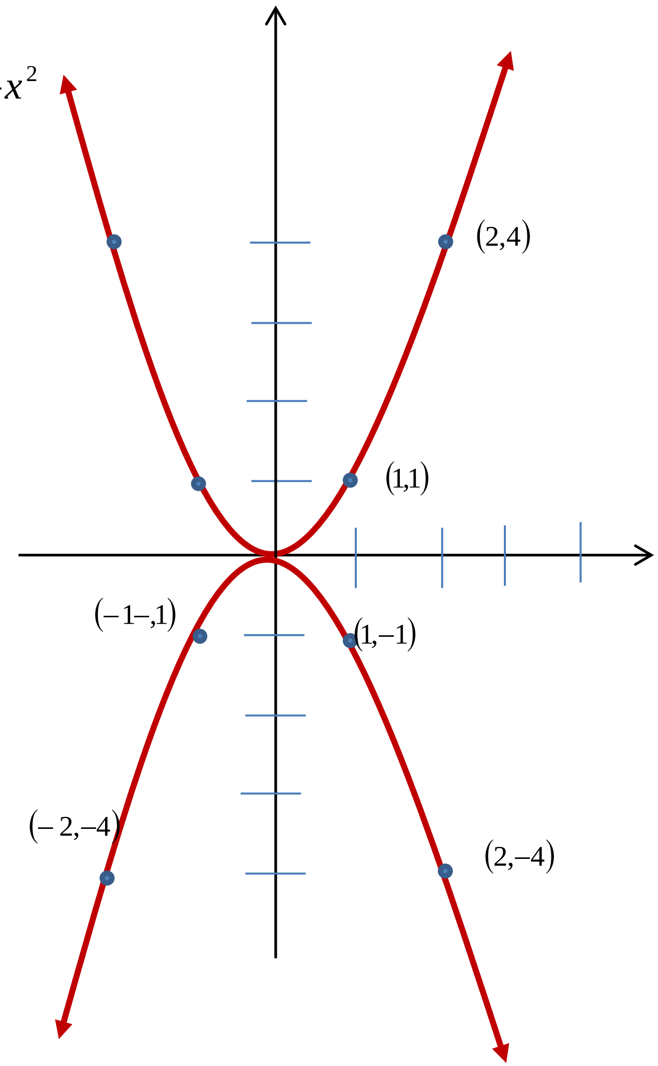


Reflexiones

Reflexión respecto al eje x.

Cuando el miembro derecho de una función $y = f(x)$ se multiplica por -1, la grafica de la nueva función $y = -f(x)$ **es la reflexión respecto al eje** x de la grafica $y = f(x)$

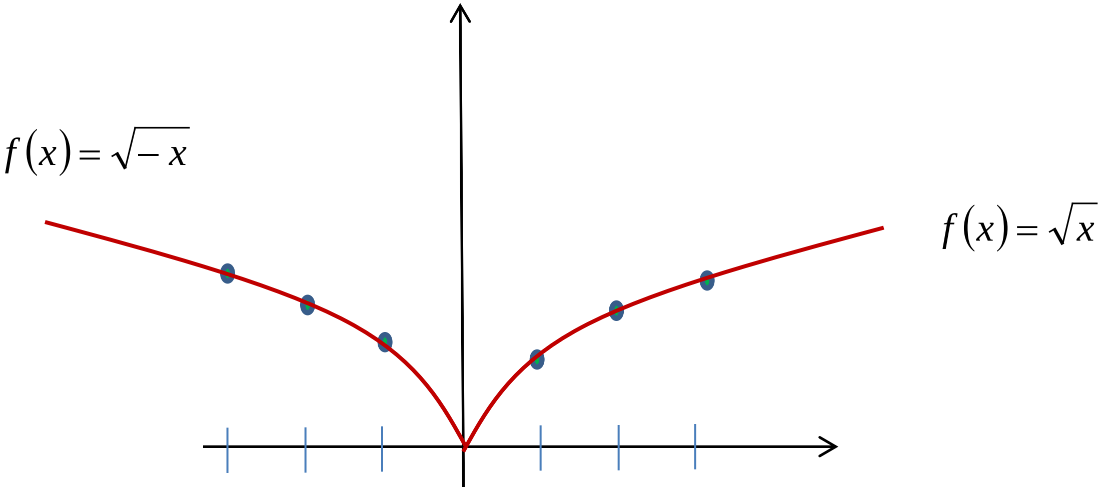
Grafique la función $f(x) = -x^2$



x	$y = x^2$	$y = -x^2$
-2	4	-4
-1	1	-1
0	0	0
1	1	-1
2	4	-4

Reflexión respecto al eje y.

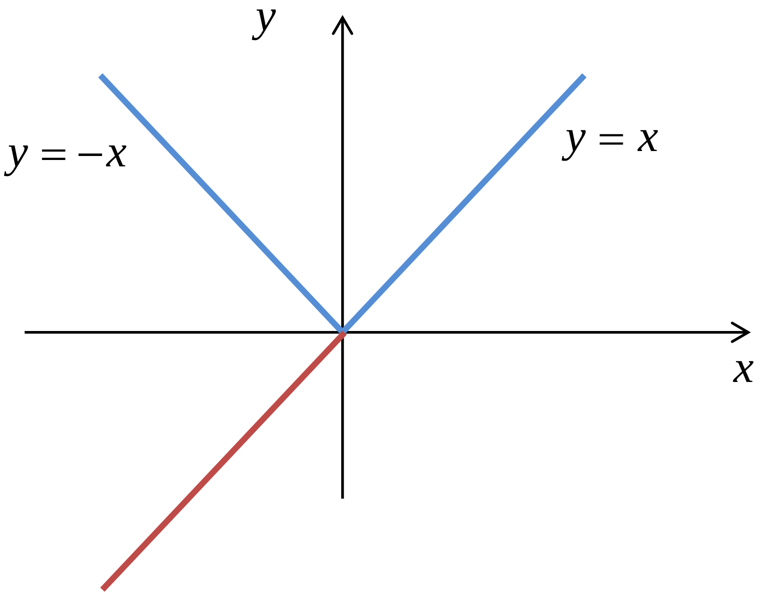
Cuando se conoce la grafica de la función $y = f(x)$, la grafica de la nueva función $y = f(-x)$ es la **reflexión respecto al eje y** de la grafica de la función $y = f(x)$



Efecto del valor absoluto

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & si \quad x \geq 0 \\ -f(x), & si \quad x < 0 \end{cases}$$

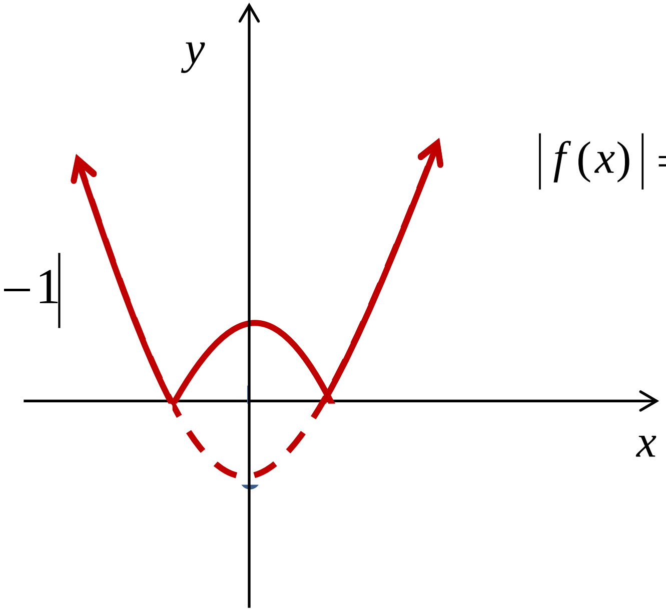
$$f(x) = x$$



Efecto del valor absoluto

$$f(x) = x^2 - 1$$

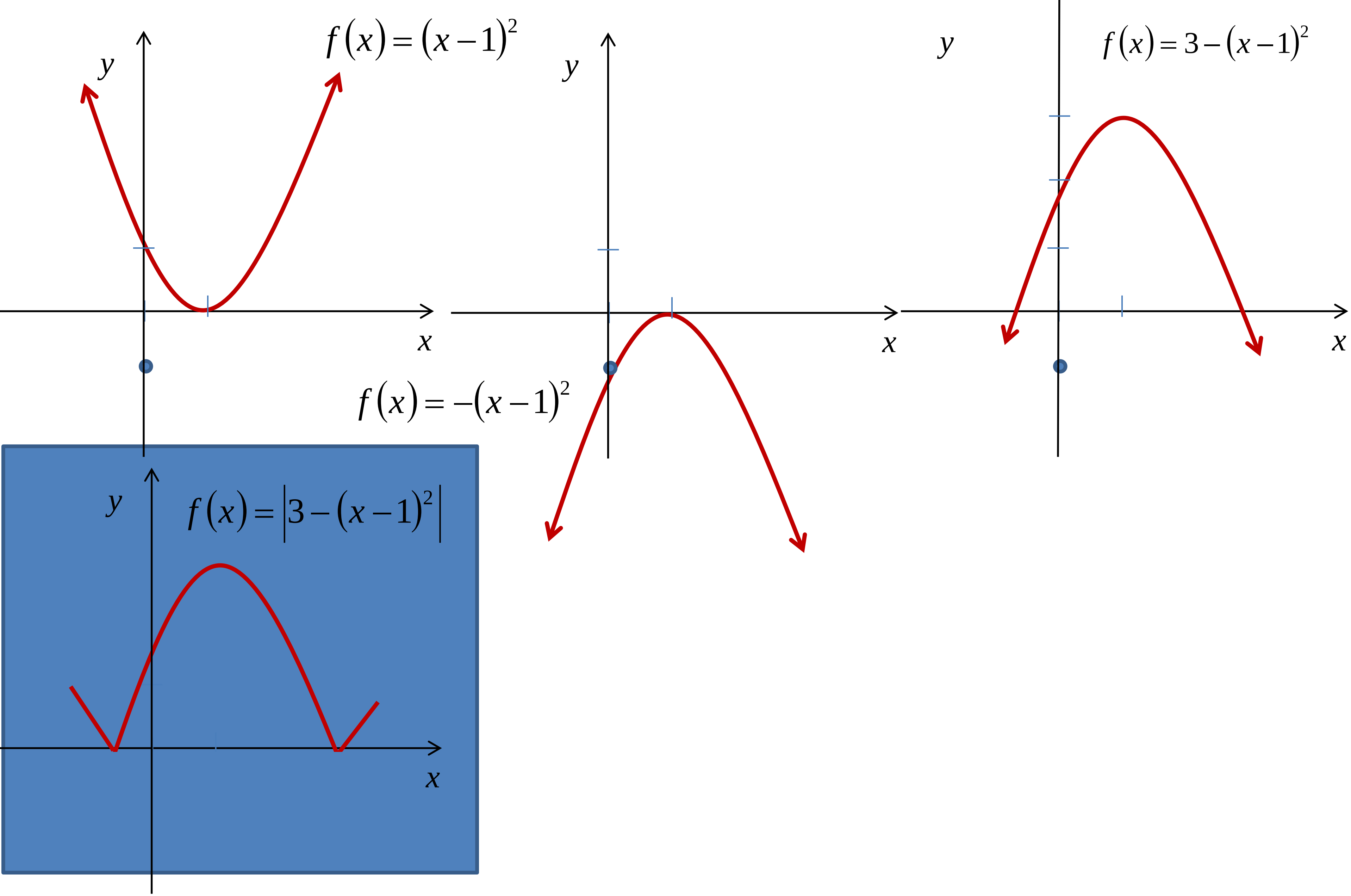
$$f(x) = \left|x^2 - 1\right|$$



$$\left|f(x)\right| = \begin{cases} x^2 - 1, & si \quad x \geq 0 \\ -\left(x^2 - 1\right), & si \quad x < 0 \end{cases}$$

$$f(x)=\left|3-(x-1)^2\right|$$

$$\left|f(x)\right|=\begin{cases} x^2-1, & si \quad x\geq 0 \\ -\left(x^2-1\right), & si \quad x<0 \end{cases}$$



Determine el dominio de $f(x) = \log_3 (1-2x)$

Como el logaritmo es definido por los números reales positivos,

$$1-2x > 0 \Rightarrow x < \frac{1}{2}$$

El dominio de $f(x) = \log_8 (1-2x)$ es $\left\{ x \middle| \ x < \frac{1}{2} \right\} = \left(-\infty, \frac{1}{2} \right)$

Cortes con los ejes

Eje x

$$\log_3 (1-2x) = 0 \quad \Leftrightarrow 3^0 = 1-2x$$

$$x = 0$$

Eje y

$$y = \log_3 (1-2x) \qquad y = \log_3 (1-2.0)$$

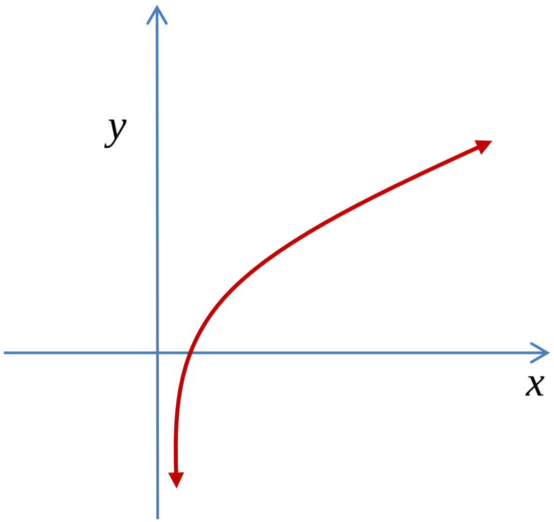
$$y = 0$$

asíntotas

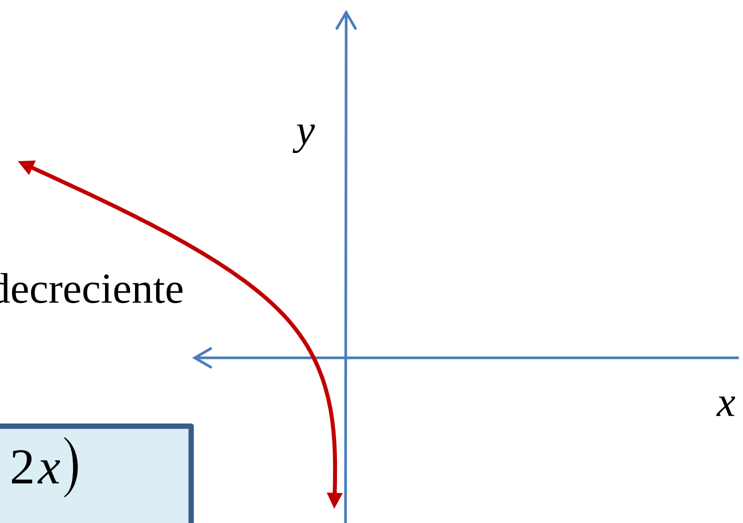
$$1-2x = 0 \qquad x = \frac{1}{2}$$

Graficar $f(x) = \log_3(1-2x)$

Recuerde que la función logarítmica es la inversa de la función exponencial. Como el logaritmo es de base 3, y $b > 1$, la función es creciente.



$f(x) = \log_3(1-2x)$ Como podemos ver, hay una reflexión con el eje y

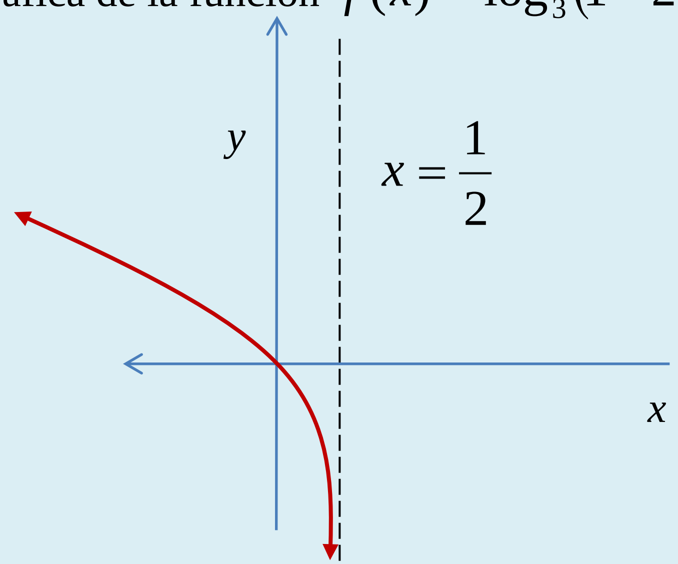


Ahora es decreciente

Finalmente, la grafica de la función $f(x) = \log_3(1-2x)$

Cortes con los ejes

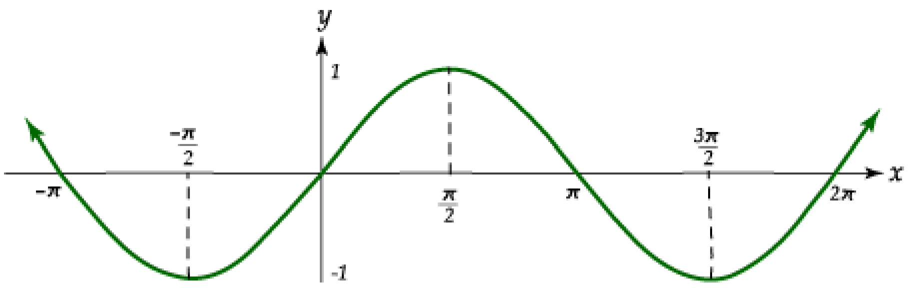
$x = 0 \quad y = 0$



Asíntotas

$$x = \frac{1}{2}$$

Función seno $y = sen(x)$



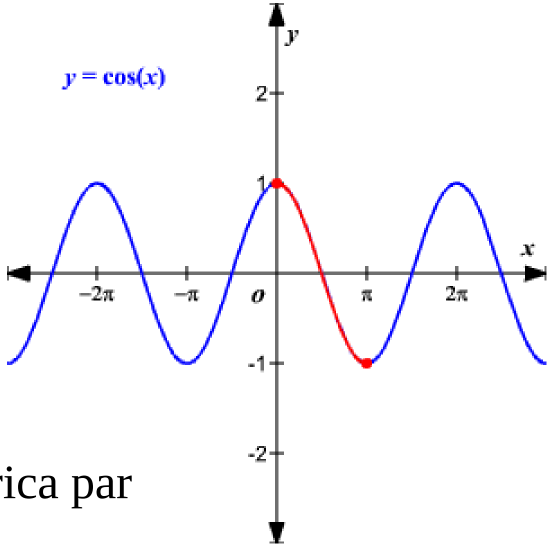
Simétrica impar

Para la función f $y = senx$ se tiene que

- **Dominio:** todos los números reales: $Dom(f) = R$
- **Rango**: $-1 \leq y \leq 1$
- **Simétrica con respecto al origen:** $sen(-x) = -senx$
- **Periodo:** 2π

Función Coseno

$y = \cos(x)$



Simétrica par

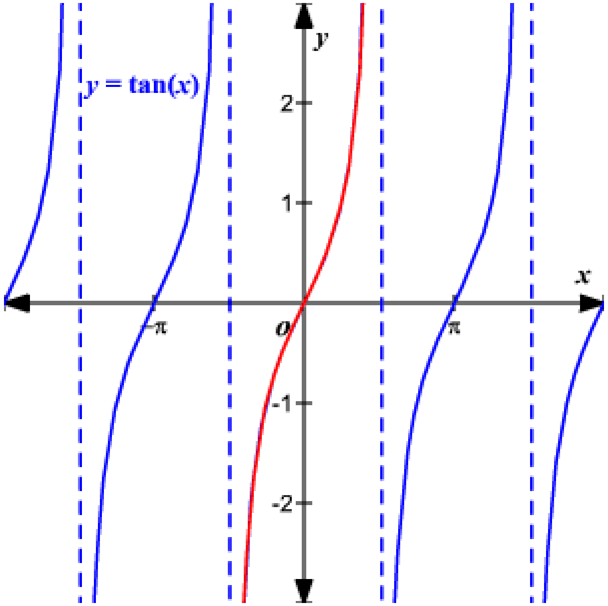
Para la función f definida $y = \cos x$ se tiene que

Dominio: todos los números reales $Dom(f) = R$

rango $-1 \leq y \leq 1$

- **Periodo:** 2π
- **Simétrica con respecto al eje** y $\cos(-x) = \cos x$

Función tangente $y = \tan(x)$



Función impar

Para la función f definida $y = \tan x$ se tiene que

Dominio : $x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ donde k es cualquier entero

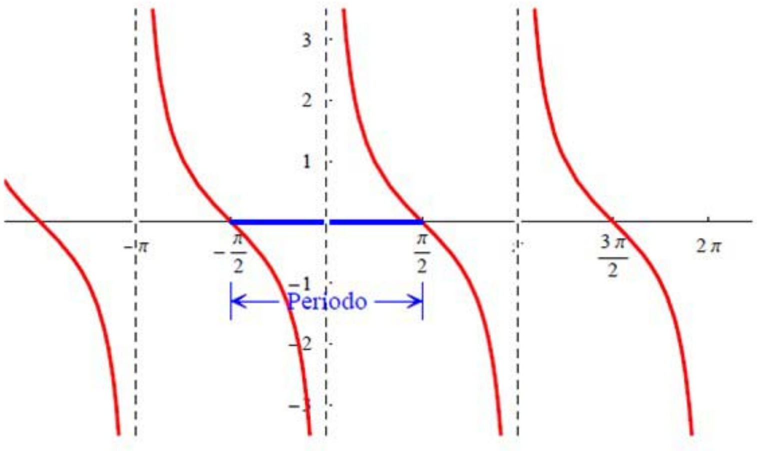
Rango: R

Periodo: π

Asíntotas: $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$

Simétrica respecto al origen: $\tan(-x) = -\tan x$

Función cotangente $y = ctg(x)$



F(x)= cot(x)

Función impar

Para la función f definida $y = ctg(x)$ se tiene que

Dominio: $Dom(f) = \{x \in R \,/\, x \neq n\pi,$ n entero

Rango: R

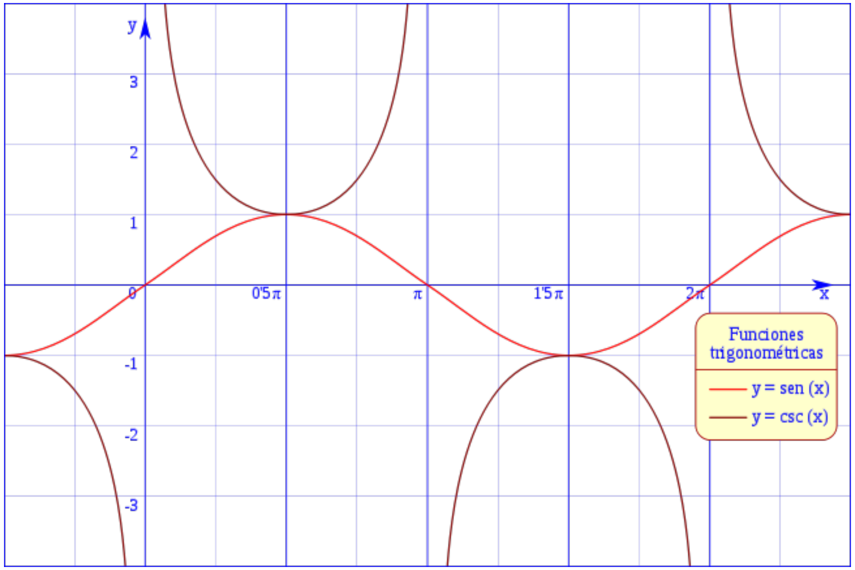
Periodo: π

Asíntotas: $x = \pi + k\pi$

Simétrica respecto al origen: $ctg\,(-x) = -ctg\,(x)$

Funciones trigonométricas recíprocas

Función cosecante $y = \csc(x)$



Función impar

Para la función f definida $y = \csc(x)$ se tiene que

Dominio $Dom(f) = \{x \in R / x \neq n\pi,$ n entero

Rango $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

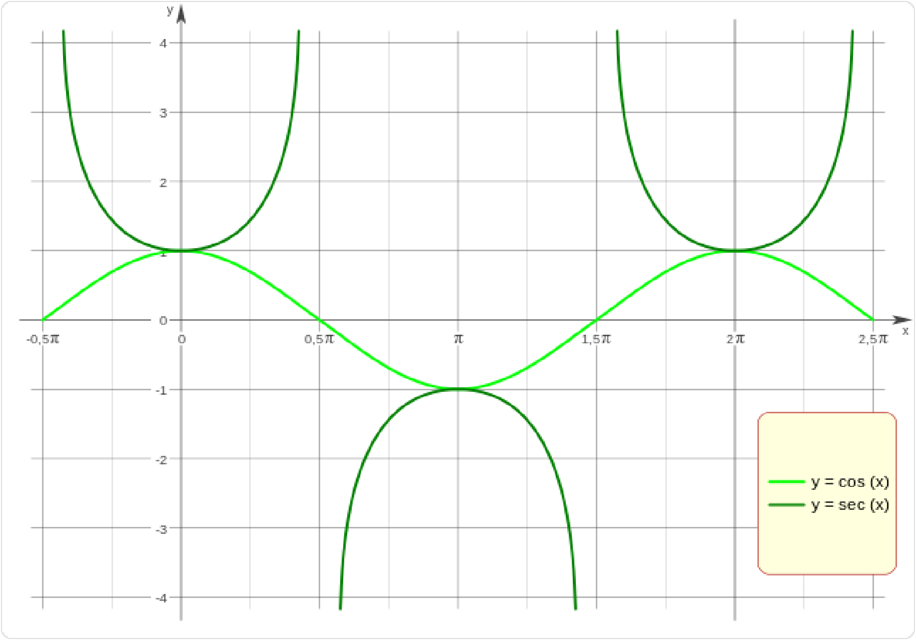
Periodo 2π

Asíntotas $x = \pi + k\pi$

Simétrica respecto al origen: $\csc(-x) = -\csc x$

Función secante $y = \sec(x)$

Función par



Para la función f definida $y = \sec x$ se tiene que

Dominio: $Dom(f) = \{x \in R / x \neq n\frac{\pi}{2}, \quad n$ entero impar

Rango: $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

Periodo: 2π

Asíntotas: $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

Simétrica respecto al origen $\sec(-x) = \sec x$

Signos de las funciones trigonométricas

P(x) en el cuadrante	I	II	III	IV
$sen\ (x)$	$+$	$+$	$-$	$-$
$\cos(x)$	$+$	$-$	$-$	$+$
$\tan(x) = \frac{sen(x)}{\cos(x)}$	$\frac{+}{+} = +$	$\frac{+}{-} = -$	$\frac{-}{-} = +$	$\frac{-}{+} = -$
$\cot(x) = \frac{\cos(x)}{sen(x)}$	$\frac{+}{+} = +$	$\frac{-}{+} = -$	$\frac{-}{-} = +$	$\frac{+}{-} = -$
$\csc(x) = \frac{1}{sen(x)}$	$\frac{1}{+} = +$	$\frac{1}{+} = +$	$\frac{1}{-} = -$	$\frac{1}{-} = -$
$\sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$	$\frac{1}{+} = +$	$\frac{1}{-} = -$	$\frac{1}{-} = -$	$\frac{1}{+} = +$